

Диагностическая работа. II полугодие. 10 класс. ИМ

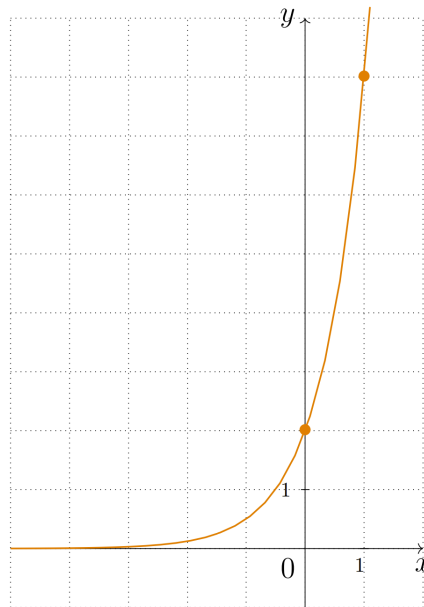
Вариант № 1

Часть 1. Задания с краткими ответами

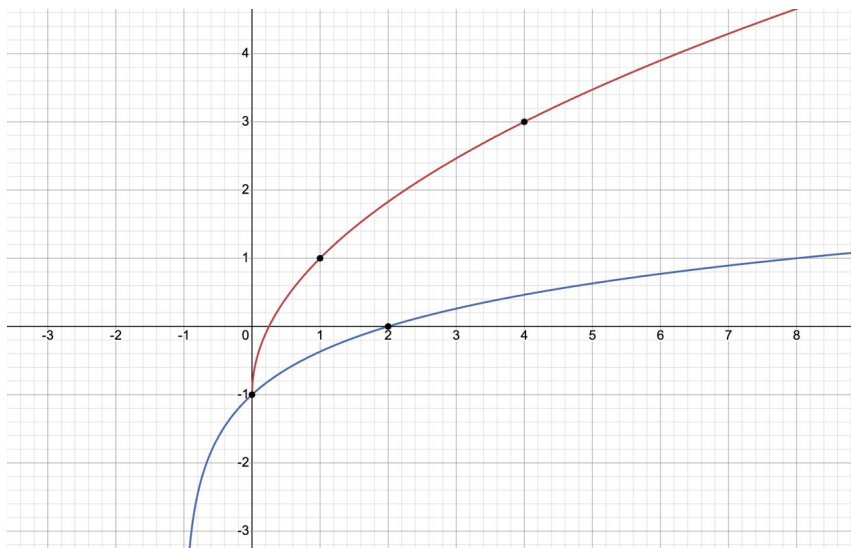
Задание 1.1.1. (3 балла – по 1 баллу за каждый пункт) Вычислите:

а) $\frac{\log_{58} 25}{\log_{58} 125}$; б) $\sqrt{71 - 16\sqrt{7}} + \sqrt{11 - 4\sqrt{7}}$; в) $\sqrt{27} \cos^2 \frac{23\pi}{12} - \frac{3}{2}\sqrt{3}$.

Задание 1.1.2. (1 балл) На рисунке изображен график функции $f(x) = 2 \cdot a^x$. Найдите значение аргумента, при котором $f(x) = 16$.



Задание 1.1.3. (2 балла) На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x} - b$ и $g(x) = \log_c(x + 1) - d$. Найдите $g(f(2, 25))$.



Задание 1.1.4. (1 балл) Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t – время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -10$ К/мин², $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

Задание 1.1.5. (2 балла – по 1 баллу за каждый пункт) Решите уравнения:

a) $\log_5(7 - x) = \log_5(3 - x) + 1$;

b) $\left(\frac{1}{81}\right)^{7+x} = 243$.

Задание 1.1.6. (1 балл) В левом кармане у Вовочки 6 конфет: 4 ириски и 2 леденца, а в правом – конфет нет. Он случайным образом переложил две конфеты в правый карман. Какова вероятность того, что леденцов теперь в левом и правом кармане поровну?

Задание 1.2.1. (1 балл) Логическая функция F задаётся выражением

$$((x \wedge y) \vee (y \wedge z)) \equiv ((x \rightarrow w) \wedge (w \rightarrow z))$$

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F . Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
0	1	1	1	1
0	1	0		1
0	1	0		1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Задание 1.2.2. (1 балл) Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула $\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 4))$ тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание 1.2.3. (1 балл) Ниже на языке программирования Python записаны две рекурсивные функции: F и G .

```
def F(n):
    if n > 2:
        return F(n-1) + G(n-2)
    else: return n
def G(n):
    if n > 2:
        return G(n-1) + F(n-2)
    else: return n+1
```

Чему будет равно значение, вычисленное при выполнении вызова $G(6)$?

Задание 1.2.4. (1 балл) Ниже на языке программирования Python записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает два числа: L и M . Укажите наименьшее число x , при вводе которого алгоритм печатает сначала 5, а потом – 8.

```
x = int(input())
K = 9
L = 0
while x >= K:
    L = L + 1
    x = x - K
    M = x
if M < L:
    M = L
    L = x
print(L)
print(M)
```

Задание 1.3.1. (2 балла – по 1 баллу за каждый пункт) В цилиндре находится идеальный одноатомный газ, который переводят из состояния 1 в состояние 2, масса газа при этом остается постоянной. В таблице ниже приведены параметры, определяющие состояние газа. Найдите:

- начальную температуру газа в состоянии 1. Ответ приведите в К;
- внутреннюю энергию, которой обладал газ в состоянии 1. Ответ приведите в Дж, округлив до целых.

	$p, 10^5 \text{ Па}$	$V, \text{ л}$	$t, \text{ }^\circ\text{C}$
Состояние 1	1,5	6	
Состояние 2	2,0	9	527

Задание 1.3.2. (1 балл) Работа, совершенная внешними силами над газом, составляет 300 Дж. При этом внутренняя энергия газа увеличилась на 100 Дж. Определите количество теплоты, отданное газом. Ответ выразите в Дж.

Задание 1.3.3. (2 балла – по 1 баллу за каждый пункт) Два очень маленьких металлических шарика одинакового размера, имеющих заряды $+10$ нКл и -6 нКл, находятся на расстоянии 10 м друг от друга.

а) Во сколько раз уменьшится модуль сил их взаимодействия, если шарики привести в соприкосновение и развести на прежнее расстояние?

б) Определите величину силы Кулона, действующую между шариками после соприкосновения. Ответ выразите в нН, округлив до сотых долей. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2$.

Задание 1.3.4. (1 балл) Напряженность поля точечного заряда на расстоянии 10 см от заряда равна 3 кВ/м. Каков потенциал электростатического поля в данной точке?

Часть 2. Задания с развернутым ответом (выполняются на бланках)

Задание 2.1.1. (2 балла) а) Решите уравнение:

$$25\sqrt{3}\cos\left(x+\frac{3\pi}{2}\right) = \left(\frac{1}{5}\right)^{2\cos(x+\pi)}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

Задание 2.1.2. (3 балла) Точки M и N – середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно. Ребро куба равно 4.

а) Найдите угол между прямыми B_1M и BN .

б) Найдите расстояние между прямыми B_1M и BN .

с) Найдите площадь сечения куба плоскостью MC_1N .

Задание 2.2.1. (2 балла) В программе используется одномерный целочисленный массив A с индексами от 0 до 11. Значения элементов равны 14, 13, 15, 8, 4, 12, 30, 21, 22, 16, 5, 9 соответственно, т.е. $A[0] = 14$, $A[1] = 13$ и т.д. Определите значение переменной s после выполнения следующего фрагмента этой программы (записанного ниже на языке программирования Python).

```
s = 0
n = 1
for i in range(12):
    if A[i] > A[n]:
        s += A[i] + i
    else:
        A[n] = A[i]
```

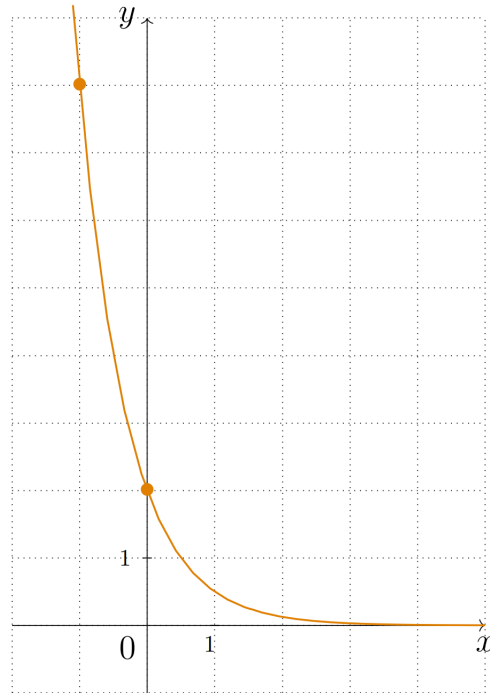
Диагностическая работа. II полугодие. 10 класс. ИМ

Вариант № 2

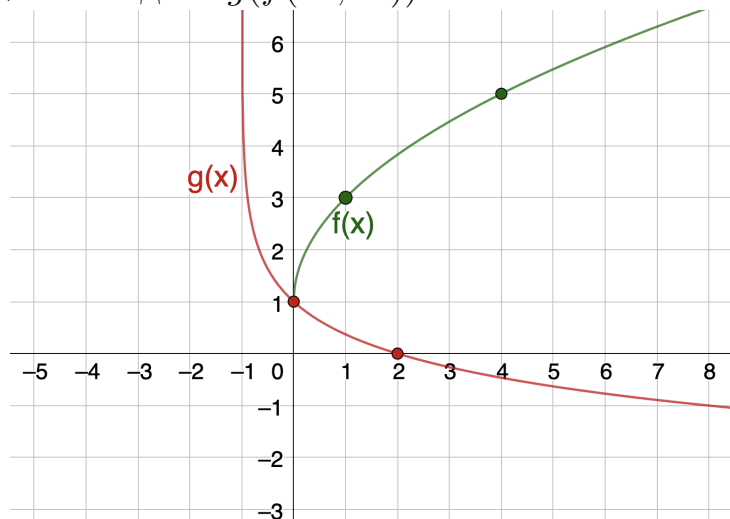
Часть 1. Задания с краткими ответами

Задание 1.1.1. (3 балла – по 1 баллу за каждый пункт) а) $\frac{\log_{69} 27}{\log_{69} 81}$; б) $\sqrt{60 - 14\sqrt{11}} + \sqrt{20 - 6\sqrt{11}}$; в) $\frac{3}{2}\sqrt{3} - \sqrt{27} \sin^2 \frac{23\pi}{12}$.

Задание 1.1.2. (1 балл) На рисунке изображен график функции $f(x) = 2 \cdot a^x$. Найдите значение аргумента, при котором $f(x) = 16$.



Задание 1.1.3. (2 балла) На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x} + b$ и $g(x) = \log_c(x + 1) + d$. Найдите $g(f(12, 25))$.



Задание 1.1.4. (1 балл) В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону

$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0} \cdot kt + \frac{gk^2t^2}{2}$, где t – время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 5$ м – начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{500}$ – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

Задание 1.1.5. (2 балла – по 1 баллу за каждый пункт) Решите уравнения:

a) $\log_7(5 + x) = \log_7(3 - x) + 1$;

b) $\left(\frac{1}{16}\right)^{5+x} = 128$.

Задание 1.1.6. (1 балл) В левом кармане у Вовочки 7 конфет: 5 ирисок и 2 леденца, а в правом – конфет нет. Он случайным образом переложил две конфеты в правый карман. Какова вероятность того, что леденцов теперь в левом и правом кармане поровну?

Задание 1.2.1. (1 балл) Логическая функция F задаётся выражением

$$((y \rightarrow w) \equiv (x \rightarrow \neg z)) \wedge (x \vee w)$$

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F . Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
0	1	1	1	0
1	0	1	0	1
	0	0		1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Задание 1.2.2. (1 балл) Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула $\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$ тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание 1.2.3. (1 балл) Ниже на языке программирования Python записаны две рекурсивные функции: F и G .

```
def F(n):
    if n > 2:
        return F(n-1)+G(n-1)+F(n-2)
    else: return n
def G(n):
    if n > 2:
        return G(n-1)+F(n-1)+G(n-2)
    else: return n+1
```

Чему будет равно значение, вычисленное при выполнении вызова $G(5)$?

Задание 1.2.4. (1 балл) Ниже на языке программирования Python записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает два числа: L и M . Укажите наибольшее число x , при вводе которого алгоритм печатает сначала 3, а потом 5

```
x = int(input())
Q = 6
L = 0
while x >= Q:
    L = L + 1
    x = x - Q
    M = x
if M < L:
    M = L
    L = x
print(L)
print(M)
```

Задание 1.3.1. (2 балла – по 1 баллу за каждый пункт) В цилиндре находится идеальный одноатомный газ, который переводят из состояния 1 в состояние 2, масса газа при этом остается постоянной. В таблице ниже приведены параметры, определяющие состояние газа. Найдите:

- начальную температуру газа в состоянии 1. Ответ приведите в К;
- внутреннюю энергию, которой обладал газ в состоянии 1. Ответ приведите в Дж, округлив до целых.

	$p, 10^5 \text{ Па}$	$V, \text{ л}$	$t, \text{ }^\circ\text{C}$
Состояние 1	3	10	
Состояние 2	4	15	327

Задание 1.3.2. (1 балл) Работа, совершенная внешними силами над газом, составляет 450 Дж. При этом внутренняя энергия газа увеличилась на 100 Дж. Определите количество теплоты, отданное газом. Ответ выразите в Дж.

Задание 1.3.3. (2 балла – по 1 баллу за каждый пункт) Два очень маленьких металлических шарика одинакового размера, имеющих заряды -10 нКл и -2 нКл, находятся на расстоянии 10 м друг от друга.

а) Во сколько раз увеличится модуль сил их взаимодействия, если шарики привести в соприкосновение и развести на прежнее расстояние? Ответ округлите до десятых долей.

б) Определите величину силы Кулона, действующую между шариками после соприкосновения. Ответ выразите в нН, округлив до сотых долей. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$.

Задание 1.3.4. (1 балл) Напряженность поля точечного заряда на расстоянии 20 см от заряда равна 4 кВ/м. Каков потенциал электростатического поля в данной точке?

Часть 2. Задания с развернутым ответом (выполняются на бланках)

Задание 2.1.1. (2 балла) а) Решите уравнение:

$$16\sqrt{3}\sin\left(x+\frac{5\pi}{2}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)^{2\sin(x-\pi)}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Задание 2.1.2. (3 балла) Точки M и N – середины рёбер AA_1 и C_1D_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно. Ребро куба равно 4.

а) Найдите угол между прямыми CM и DN .

б) Найдите расстояние между прямыми CM и DN .

с) Найдите площадь сечения куба плоскостью MC_1N .

Задание 2.2.1. (2 балла) В программе используется одномерный целочисленный массив A с индексами от 0 до 10. Значения элементов равны 0, 7, 1, 3, 2, 14, 5, 9, 11, 0, 7 соответственно, т.е. $A[0]=0$, $A[1]=7$ и т.д. Определите значение переменной s после выполнения следующего фрагмента программы (записанного ниже на языке программирования Python).

```
s = 0
n = 2
for i in range(11):
    if A[i] < A[n]:
        s += A[i]
    else:
        A[n] = A[i]
```